

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 08.02.2022

Parte I - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soliti fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

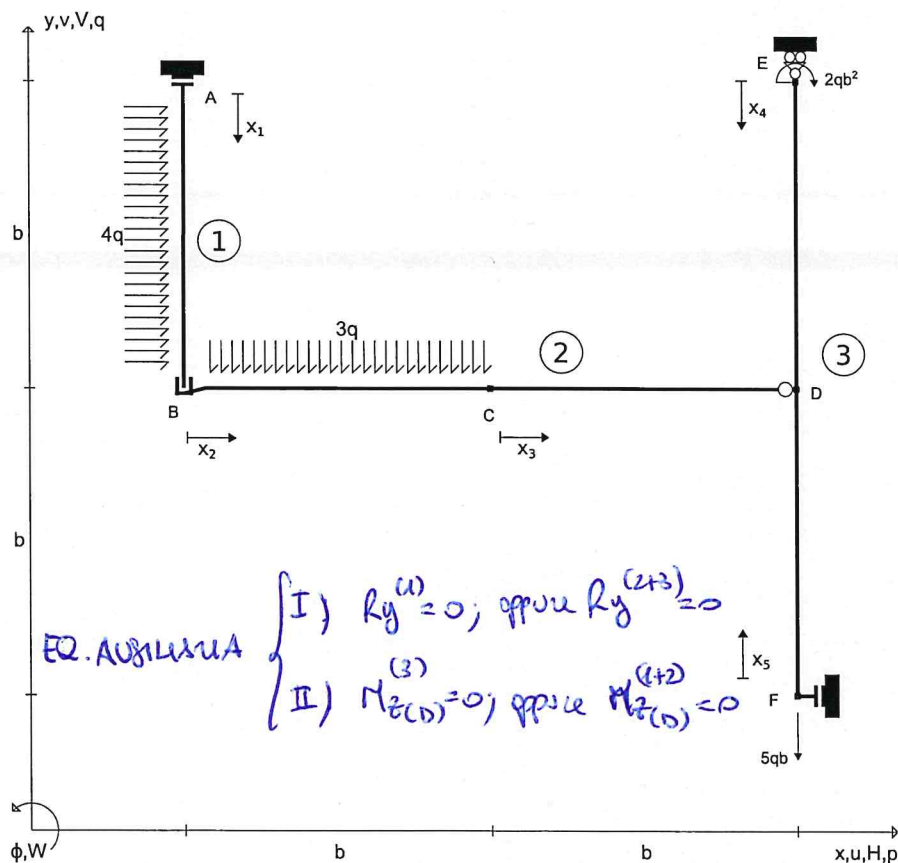
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Università' di Cagliari

SdC\_SdA 08.02.22\*001



## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine  $A$ ) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta  $AB$ ),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta  $BCD$ ),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $A$ ,  $v_A$ , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $D$ ,  $u_D$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto  $C$ ,  $M_C$ .

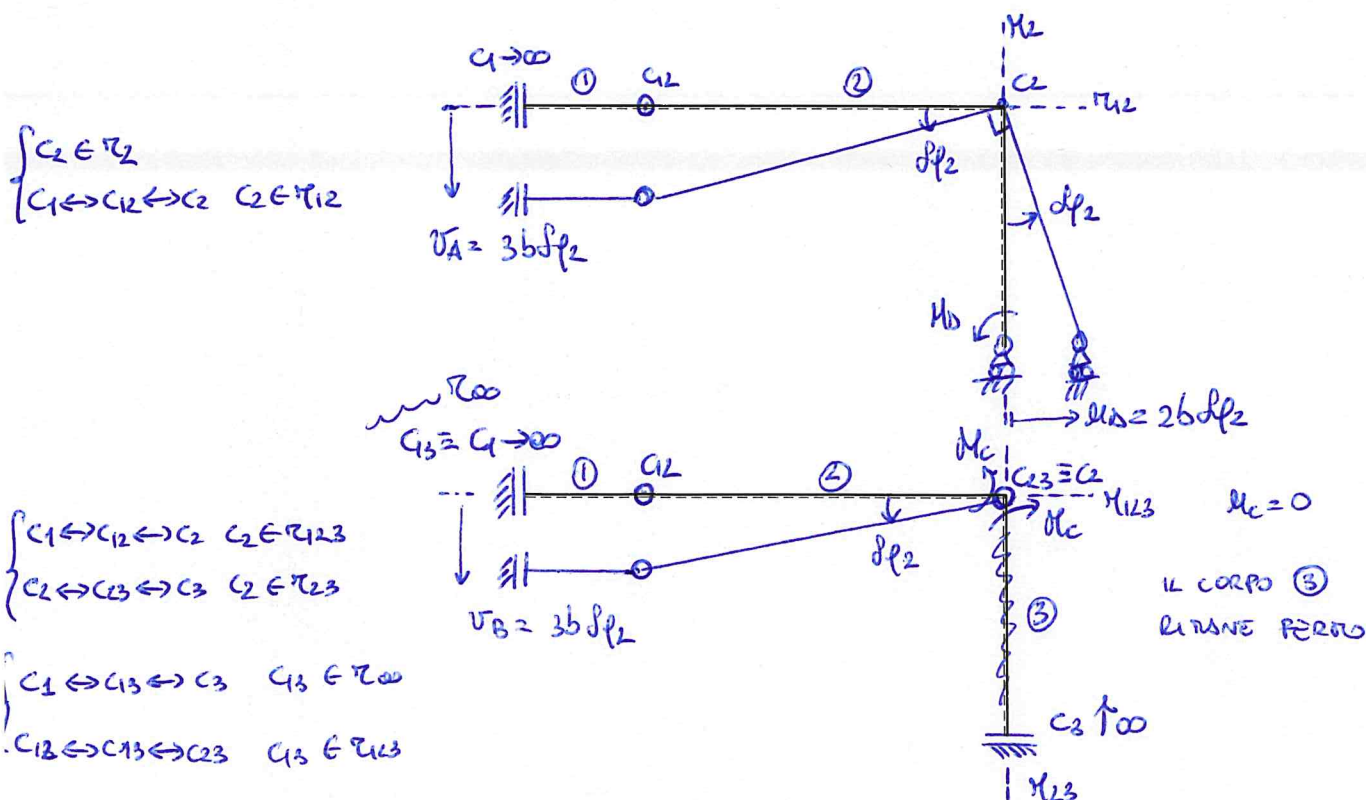
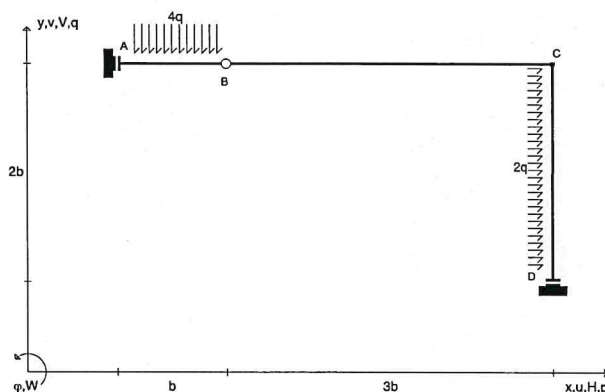
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $B$ ,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $C$ ,  $u_C$ .

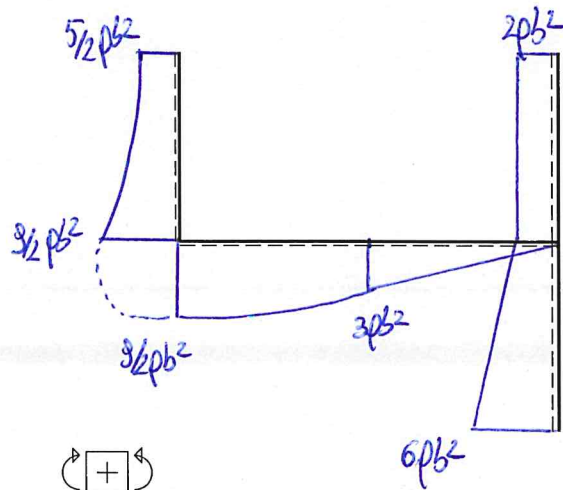
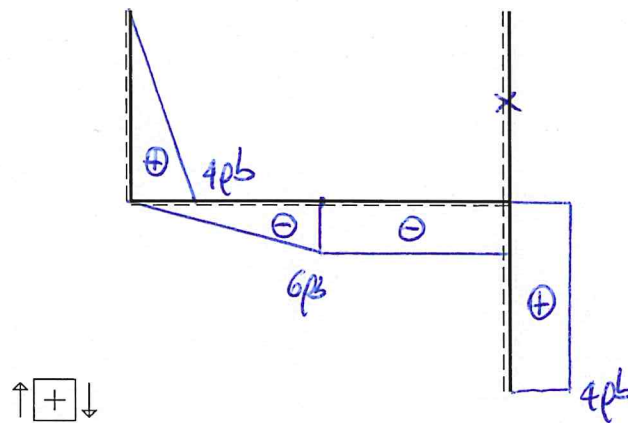
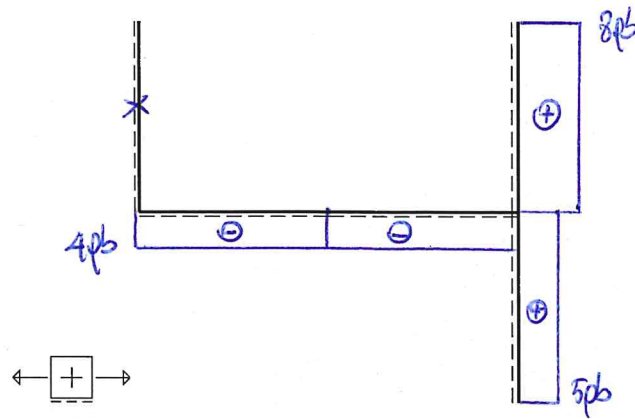
Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC\_SdA 08.02.22\*005







$V_A(\uparrow) = 0$	$M_A(\curvearrowright) = -5/2 pb^2$	$V_E(\uparrow) = 8pb$	$H_F(\Rightarrow) = -4pb$	$M_F(\curvearrowright) = 6pb^2$
$N_{AB} = //$	$T_{AB} = 4p \times 1$	$M_{AB} = 5/2 pb^2 + 2p \times 1^2$		
$N_{BC} = -4pb$	$T_{BC} = -3p \times 2$	$M_{BC} = 9/2 pb^2 - 3/2 p \times 2^2$		
$N_{CD} = -4pb$	$T_{CD} = -3pb$	$M_{CD} = 3pb^2 - 3pb \times 3$		
$N_{ED} = 8pb$	$T_{ED} = //$	$M_{ED} = 2pb^2$		
$N_{FD} = 5pb$	$T_{FD} = 4pb$	$M_{FD} = 6pb^2 - 4pb \times 5$		



**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 08.02.2022

Parte I - Testo 2

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

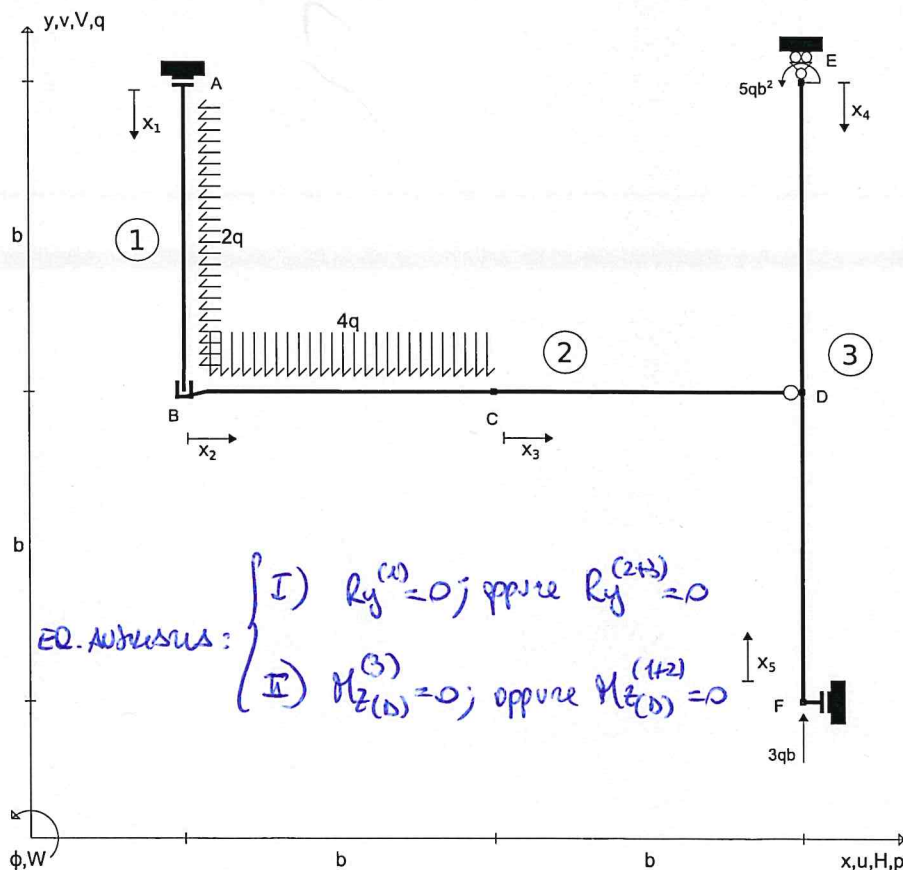
Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 08.02.22\*002



## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

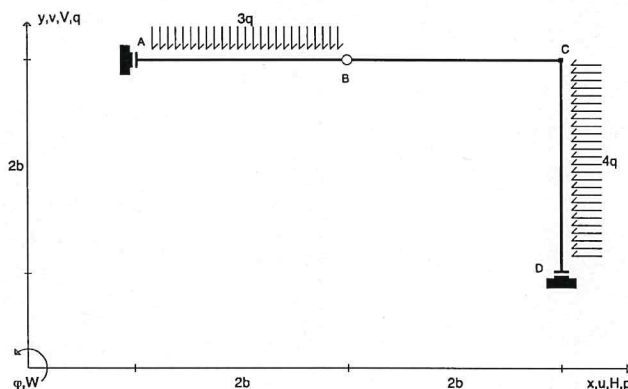
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine  $A$ ) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta  $AB$ ),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta  $BCD$ ),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $A$ ,  $v_A$ , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $D$ ,  $u_D$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto  $C$ ,  $M_C$ .

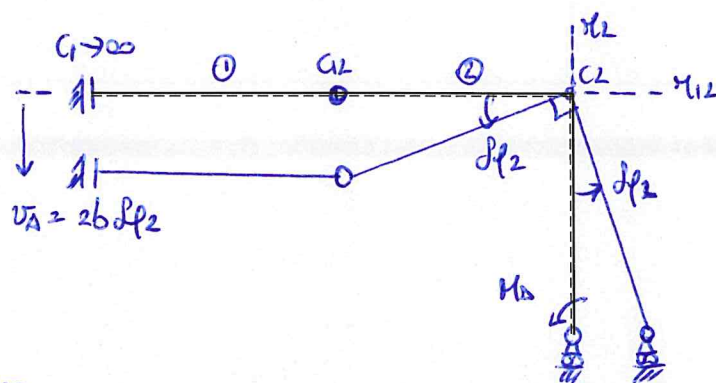
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $B$ ,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $C$ ,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

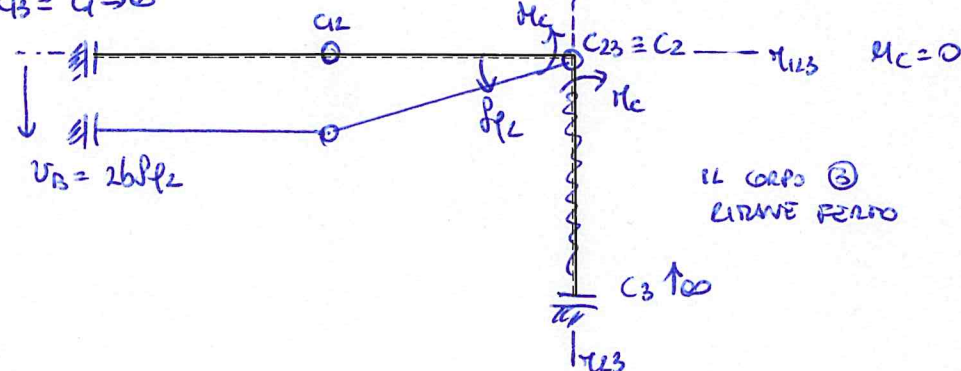


$$\begin{cases} C_2 \in \pi_2 \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \quad C_2 \in \pi_{12} \end{cases}$$



$$\begin{cases} C_3 \equiv C_1 \rightarrow \infty \\ C_3 \in \pi_{\infty} \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_3 \leftrightarrow C_2 \quad C_3 \in \pi_{\infty} \\ C_{12} \leftrightarrow C_3 \leftrightarrow C_{23} \quad C_{23} \in \pi_{123} \end{cases}$$



$$M_D(\hat{\mathcal{D}}) = -4pb^2; C_1 = (\infty, 0); C_2 = (4b, 0); C_{12} = (2b, 0);$$

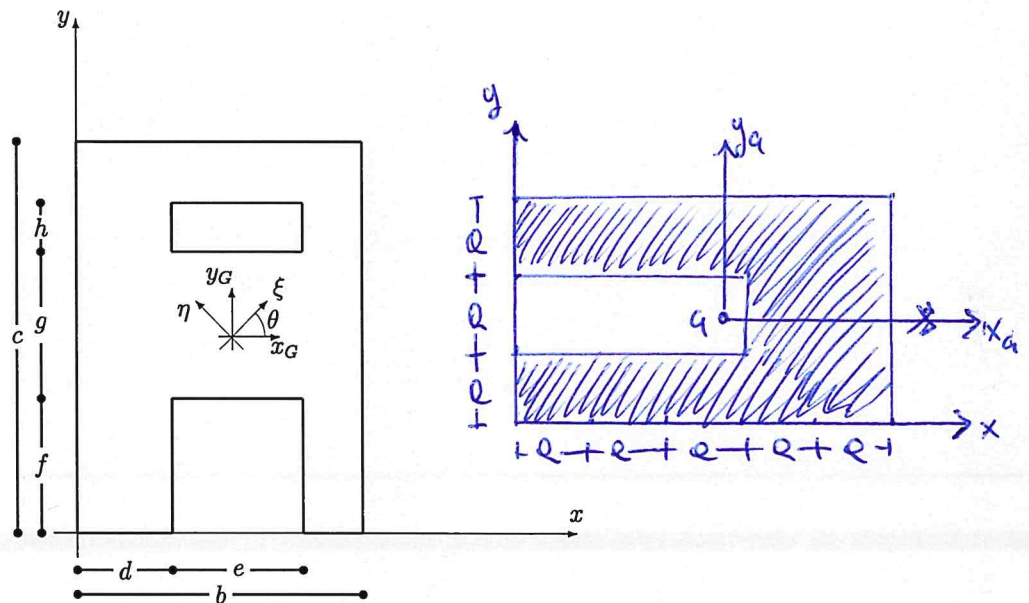
$$v_A = -2b\delta p_2; u_D = 2b\delta p_2;$$

$$M_C(\hat{\mathcal{E}} \square \hat{\mathcal{D}}) = -12pb^2; v_B = -2b\delta p_2; u_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 5a$ ;  $c = 3a$ ;  $d = 0$ ;  $e = 3a$ ;  $f = 0$ ;  $g = a$ ;  $h = a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del *doppio* dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



$$S_x = 18a^3; S_y = 33a^3;$$

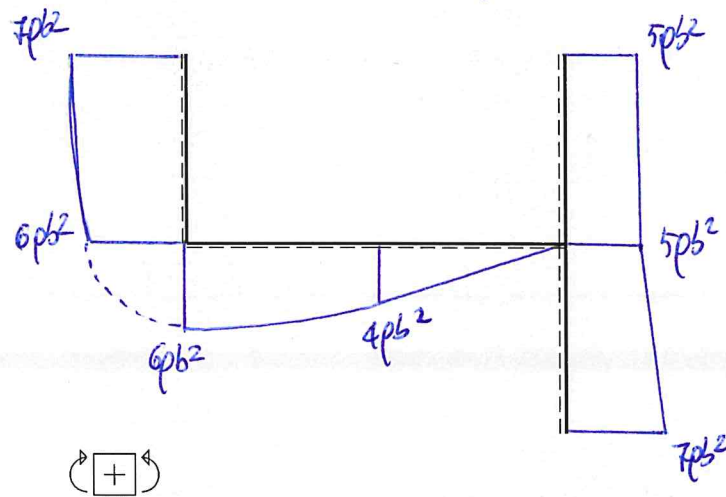
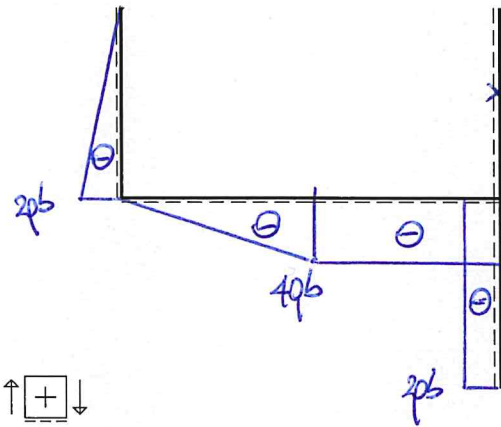
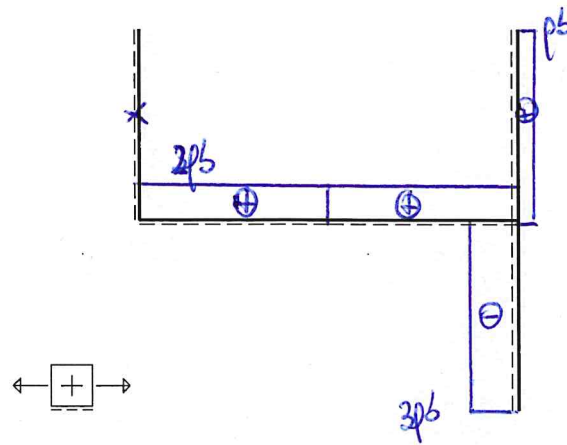
$$x_G = 11/4 a = 2,75a; y_G = 3/2 a = 1,5a;$$

$$J_{xG} = 11a^4; J_{yG} = 101/4 a^4 = 25,25a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = \pi/2)$$

$$J_\xi = J_{\max} = 11a^4; J_\eta = J_{\min} = 11a^4$$





$V_A(\uparrow) = 0$	$M_A(\curvearrowright) = -7pb^2$	$V_E(\uparrow) = 9b$	$H_F(\Rightarrow) = 2pb$	$M_F(\curvearrowright) = -7pb^2$
$N_{AB} = "$	$T_{AB} = -29x_1$	$M_{AB} = 7pb^2 - px_1^2$		
$N_{BC} = 2pb$	$T_{BC} = -4px_2$	$M_{BC} = 6pb^2 - 2px_2^2$		
$N_{CD} = 2pb$	$T_{CD} = -4pb$	$M_{CD} = 4pb^2 - 4pbx_3$		
$N_{ED} = 9b$	$T_{ED} = "$	$M_{ED} = -5pb^2$		
$N_{FD} = -3pb$	$T_{FD} = -2pb$	$M_{FD} = -7pb^2 + 2pbx_5$		



**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 08.02.2022

Parte I - Testo 3

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

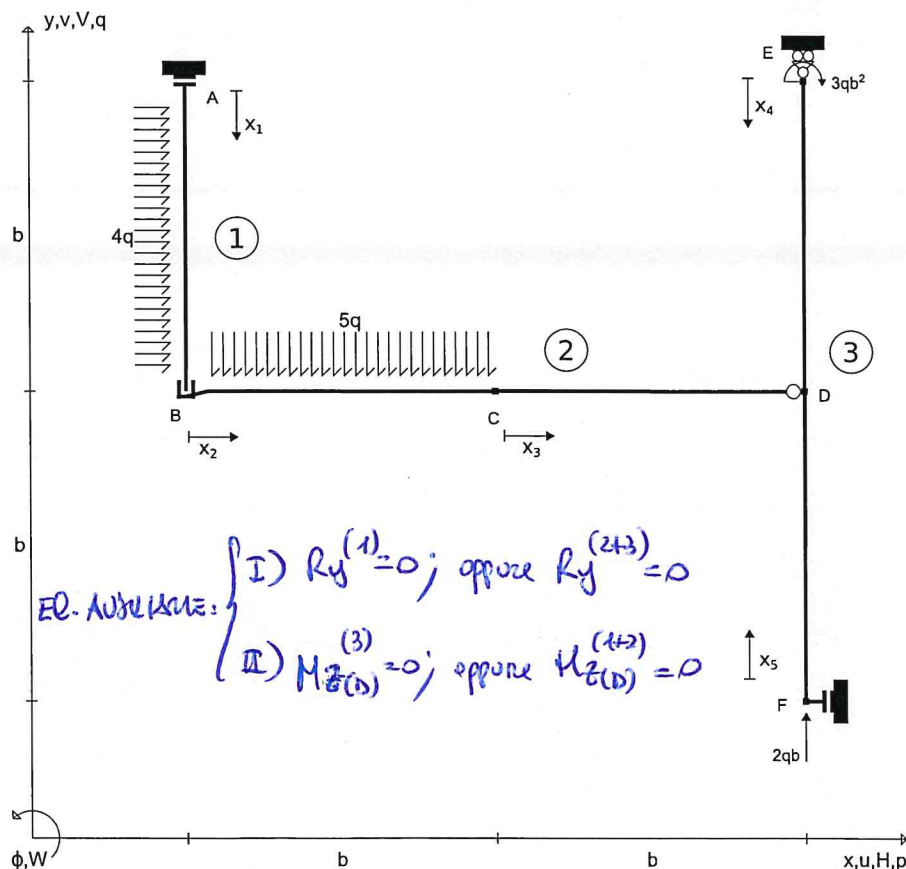
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 08.02.22\*003

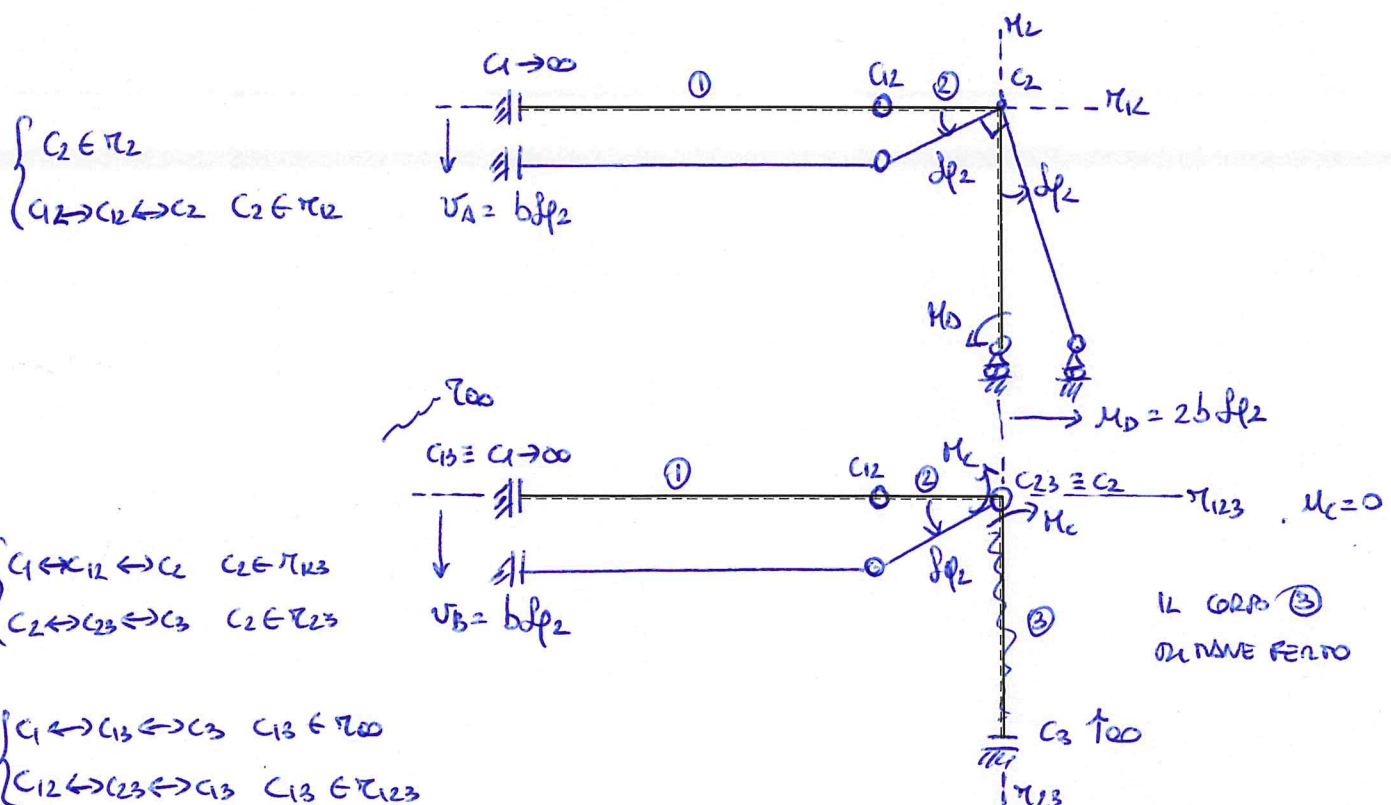
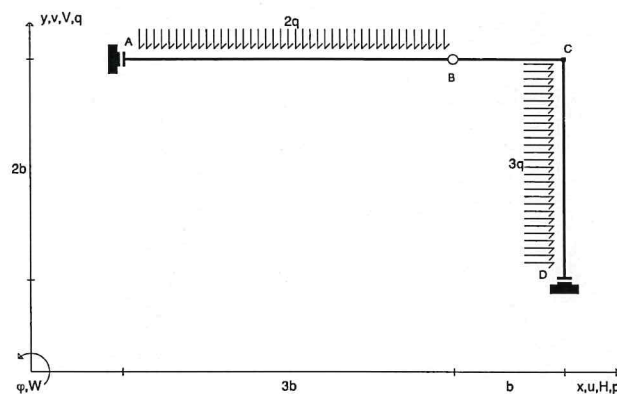


Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

- Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto  $\hat{C}$ ,  $M_C$ .

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;

- Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_D(\varphi) = -12 p b^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (4b, 0); C_{12} = (3b, 0);$$

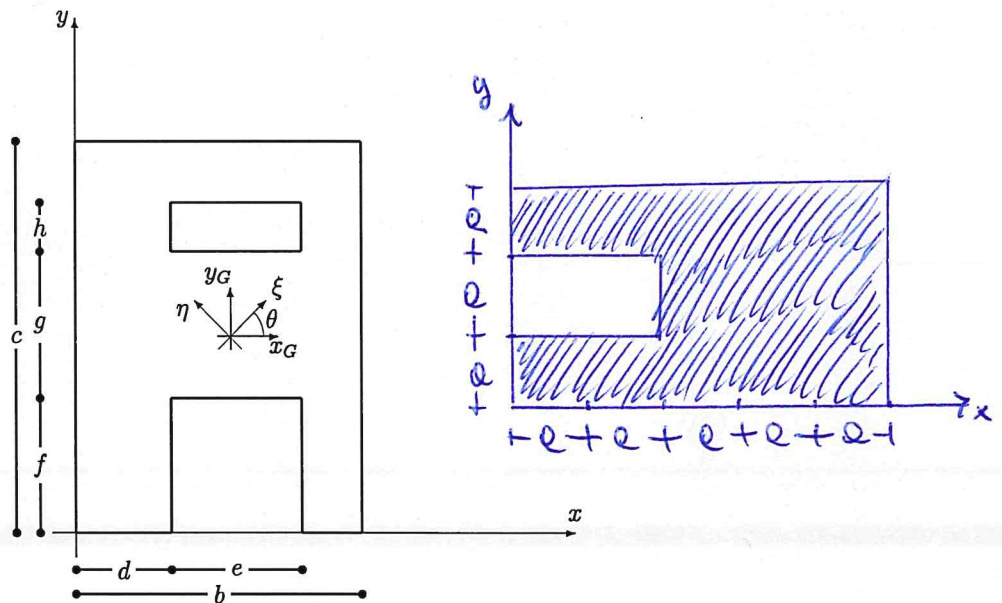
$$v_A = -6 p b^2; u_D = 25 p b^2;$$

$$M_C(\varphi) = -6 p b^2; v_B = -6 p b^2; u_C = 0;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = 5a$ ;  $c = 3a$ ;  $d = 0$ ;  $e = 2a$ ;  $f = 0$ ;  $g = a$ ;  $h = a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



$$S_x = 38/2 e^3 = 19,5 e^3; S_y = 71/2 e^3 = 35,5 e^3;$$

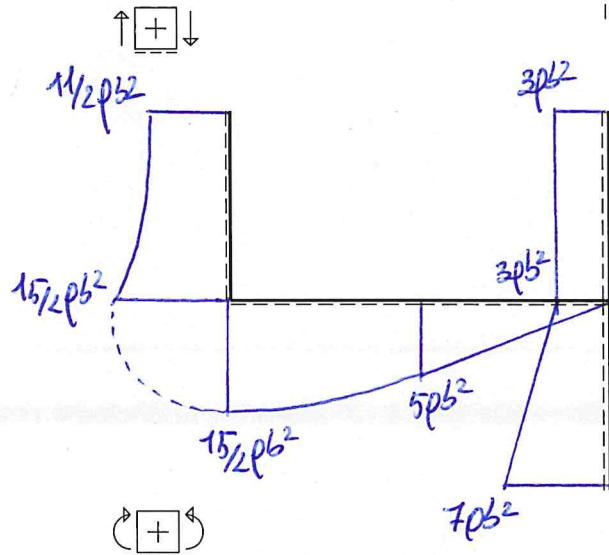
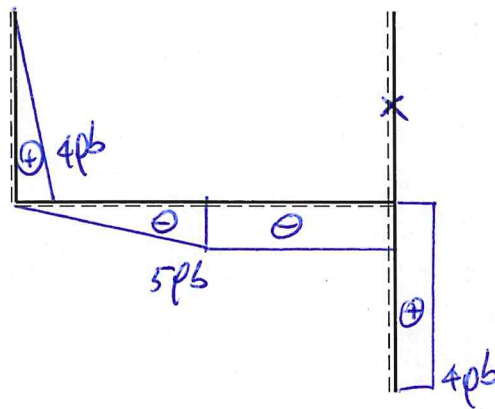
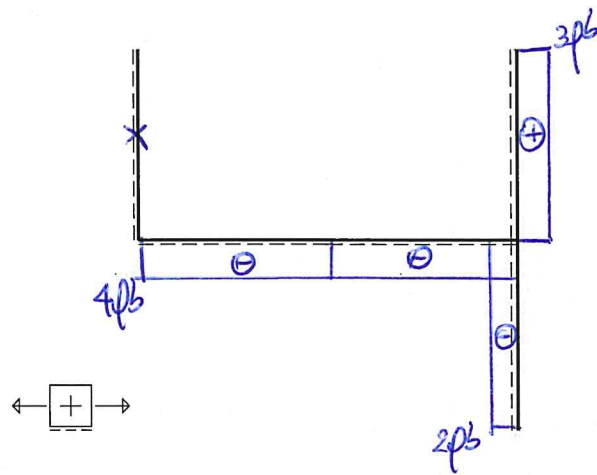
$$x_G = 71/26 e = 2,731 e; y_G = 3/2 e = 1,5 e;$$

$$J_{xG} = 133/12 e^4 = 11,083 e^4; J_{yG} = 3361/156 e^4 = 21,545 e^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (2\theta = \pi/2);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 3361/156 e^4; J_\eta = J_{\min} = 133/12 e^4;$$





$V_A(\uparrow) = 0$	$M_A(\curvearrowright) = -11/2 pb^2$	$V_E(\uparrow) = 3pb$	$H_F(\rightarrow) = -4pb$	$M_F(\curvearrowright) = 7pb^2$
$N_{AB} = 15/2 pb^2$	$T_{AB} = 4px_1$	$M_{AB} = 11/2 pb^2 + 2px_1^2$		
$N_{BC} = -4pb$	$T_{BC} = -5px_2$	$M_{BC} = 15/2 pb^2 - 5/2 px_2^2$		
$N_{CD} = -4pb$	$T_{CD} = -5pb$	$M_{CD} = 5pb^2 - 5pbx_3$		
$N_{ED} = 3pb$	$T_{ED} = 1$	$M_{ED} = 3pb^2$		
$N_{FD} = -2pb$	$T_{FD} = 4pb$	$M_{FD} = 7pb^2 - 4pbx_5$		

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2021-2022

Prova scritta a distanza del 08.02.2022

Parte I - Testo 4

*Nota: Per chi dispone di una propria stampante, i risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; per chi non dispone di stampante occorrerà predisporre un primo foglio nel quale riportare i dati riportati nei riquadri insieme ai risultati; il primo foglio dovrà contenere anche le seguenti informazioni: la prova (I prova intermedia o II prova intermedia), la data dell'appello, il nome e cognome, la matricola, la mail, il corso di studi; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati a seguire. Al termine della prova ed entro il limite di tempo indicato dalla commissione si dovrà caricare il compito svolto sulla piattaforma TEAMS in forma di unico file PDF le immagini fotografiche del primo foglio e a seguire dello svolgimento. Il file va nominato: cognome\_matricola\_data dell'appello.*

*Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

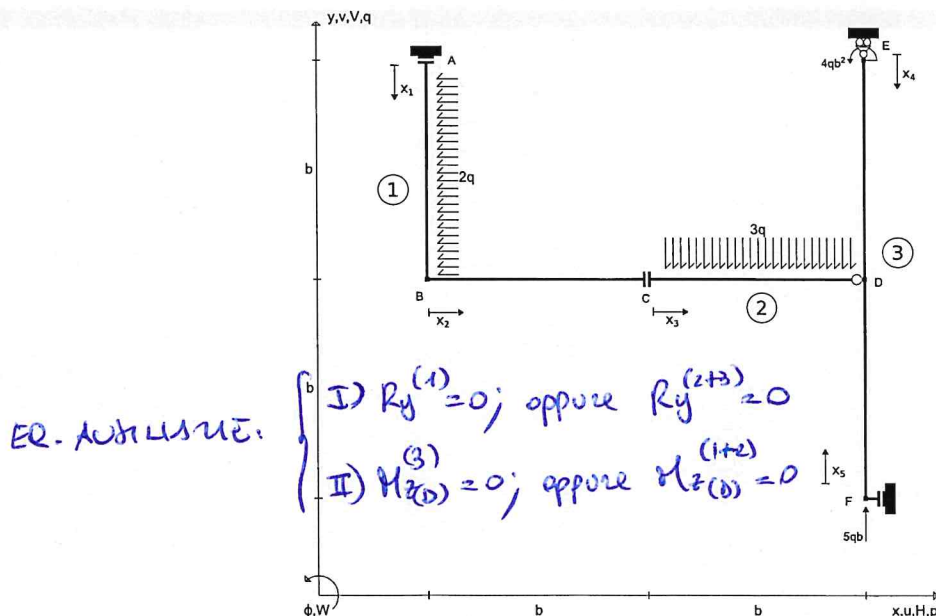
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

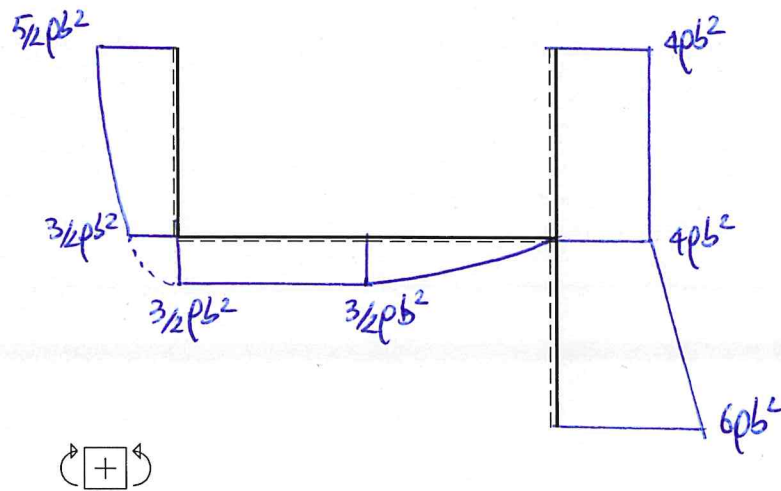
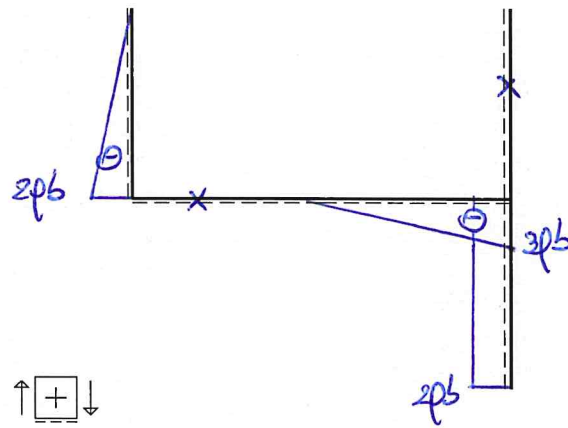
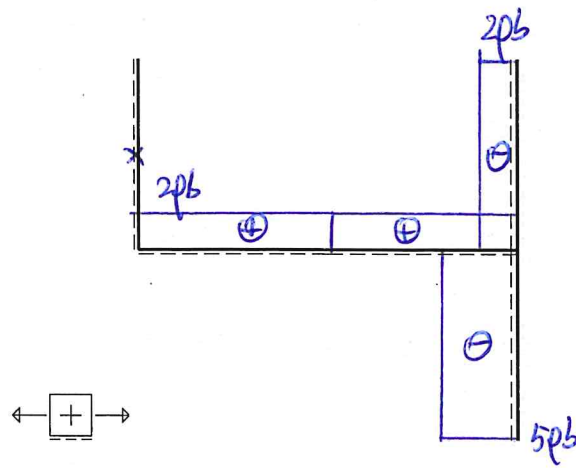
Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Università di Cagliari

SdC\_SdA 08.02.22\*004





$V_A(\uparrow) = 0$	$M_A(\curvearrowright) = -5/2 pb^2$	$V_E(\uparrow) = -2pb$	$H_F(\Rightarrow) = 2pb$	$M_F(\curvearrowright) = -6pb^2$
$N_{AB} = //$	$T_{AB} = -2p \times 1$	$M_{AB} = 5/2 pb^2 - 9 \times 1^2$		
$N_{BC} = 2pb$	$T_{BC} = //$	$M_{BC} = 3/2 pb^2$		
$N_{CD} = 2pb$	$T_{CD} = -3p \times 3$	$M_{CD} = 3/2 pb^2 - 3/2 p \times 3^2$		
$N_{ED} = -2pb$	$T_{ED} = //$	$M_{ED} = -4pb^2$		
$N_{FD} = -5pb$	$T_{FD} = -2pb$	$M_{FD} = -6pb^2 + 2pb \times 5$		



## Esercizio n. 2 (16 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare  $M_D$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine  $A$ ) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta  $AB$ ),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta  $BCD$ ),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $A$ ,  $v_A$ , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $D$ ,  $u_D$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto  $C$ ,  $M_C$ .

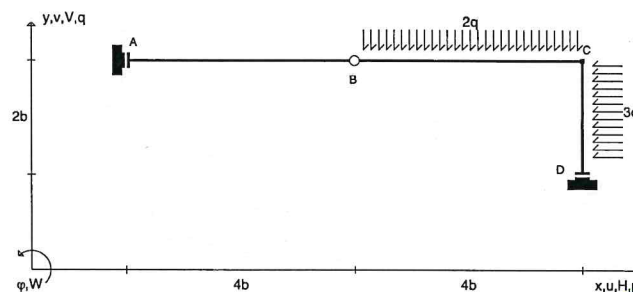
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $B$ ,  $v_B$ , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $C$ ,  $u_C$ .

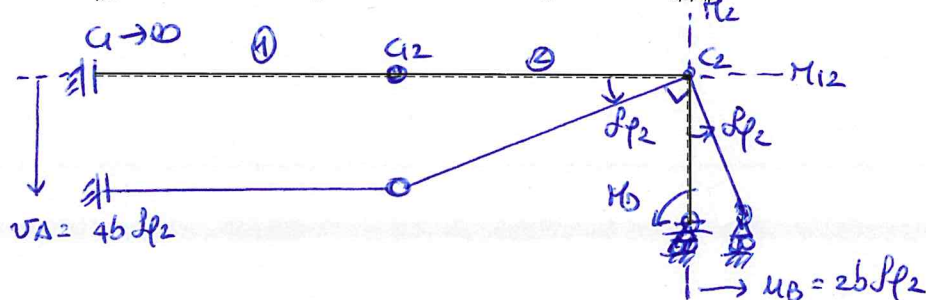
Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università' di Cagliari

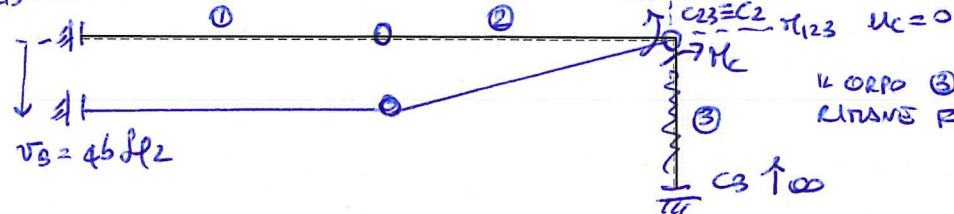
SdC\_SdA 08.02.22\*008



$$\begin{cases} C_1 \in \mathcal{R}_2 \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \quad C_2 \in \mathcal{R}_{12} \end{cases}$$



$$\begin{cases} C_3 \in \mathcal{R}_{123} \\ C_3 \equiv C_1 \rightarrow \infty \end{cases}$$



$$M_D (\text{sf}) = -16pb^2; C_1 = (\infty, 0); C_2 = (4b, 0); C_{12} = (4b, 2b);$$

$$v_A = -4b\delta\theta_1; u_D = 2b\delta\theta_2;$$

$$M_C (\text{sf}) = -16pb^2; v_B = -4b\delta\theta_2; u_C = 0;$$